

LYS
TÜREV
KONU ÖZETLİ
ÇÖZÜMLÜ
SORU BANKASI



ANKARA

İÇİNDEKİLER

Türev	1
Sağdan Ve Soldan Türev	4
Türev Alma Kuralları.....	7
$f^n(x)$ in Türevi.....	12
Trigonometrik Fonksiyonların Türevi.....	16
Bileşke Fonksiyonun Türevi.....	21
Logaritma Fonksiyonun Türevi.....	25
Üstel Fonksiyonun Türevi.....	29
Türevde Zincir Kuralı.....	33
Ters Fonksiyonun Türevi.....	37
Kapalı Fonksiyonun Türevi.....	41
Parametrik Fonksiyonun Türevi	45
Mutlak Değer Fonksiyonun Türevi.....	48
Yüksek Mertebeden Türev	51
Logaritmik Türev Alma.....	54
$\frac{0}{0}$ Ve $\frac{\infty}{\infty}$ Belirsizliği.....	60
Türevin Geometrik Yorumu	65
Artan Ve Azalan Fonksiyonlar	77
Ekstremum Noktalar	82
2. Türevin Geometrik Yorumu Ve Dönüm Noktaları	89
1. Türev Ve 2. Türev İle İlgili Grafik Soruları	92
Maksimum Ve Minimum Problemleri.....	101
Türevin Fiziksel Anlamı.....	108
Asimptotlar	110

TÜREV

- f: A → R ye bir fonksiyon ve
x, x₀ ∈ A olsun

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

limitinin değerine f fonksiyonunun x₀ noktasındaki türevi denir ve f'(x₀) şeklinde gösterilir.

VEYA

- A ⊂ R f(x): A → R fonksiyonu verilsin. Bağımsız değişken olan x in değişim miktarı Δx, bağımlı değişken olan y nin değişim miktarı Δy = f(x + Δx) - f(x) olsun.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \text{ reel sayı değerine } f(x)$$

fonksiyonunun x noktasındaki türevi denir.

- Türev y', f'(x), $\frac{dy}{dx}$ şeklinde gösterilir.

NOT

- x - x₀ = h olsun
x → x₀ iken x - x₀ → 0,
h → 0 olur.

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

elde edilir.

ÖRNEK – 1

$$f(x) = x^2$$

fonksiyonunun x = 3 noktasındaki türevini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$$

$$f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

$$f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3) \cdot (x + 3)}{x - 3}$$

$$f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} (x + 3) = 6$$

ÖRNEK – 2

f(x) = x² + 4 olduğuna göre

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h + 1) - f(1)}{h}$$

limitinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(h + 1)^2 + 4 - f(1)}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 2h + 1 + 4 - 5}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 2h}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} (h + 2) = 2$$

ÖRNEK – 3

y = f(x) fonksiyonunun x = -2 apsisli noktasındaki türevi k - 12 dir.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2 + h) - f(-2)}{\frac{h}{2}} = 20$$

olduğuna göre k kaçtır?

ÇÖZÜM

$$f'(-2) = k - 12 \text{ verilmiş}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h - 2) - f(-2)}{h} \cdot 2 = 20$$

Türevin tanımından

$$f'(-2) \cdot 2 = 20$$

$$f'(-2) = 10$$

$$k - 12 = 10$$

$$k = 22$$

ÖRNEK – 4

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x^2 - 16} = 6$$

olduğuna göre f'(4) kaçtır?

ÇÖZÜM

Verilen ifadeyi düzenleyelim

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} \cdot \frac{1}{x + 4} = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} \cdot \frac{1}{8} = 6$$

Türevin tanımından

$$f'(4) \cdot \frac{1}{8} = 6$$

$$f'(4) = 48$$

ÖRNEK – 5

$$f(2x) = (2x + 1) \cdot (2x - 1)$$

olduğuna göre

f'(1) kaçtır?

ÇÖZÜM

f(2x) fonksiyonunu f(x) fonksiyonuna dönüştürelim.

x yerine $\frac{x}{2}$ yazalım.

$$f(x) = (x + 1) \cdot (x - 1) = x^2 - 1$$

elde edilir.

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 - 0}{x - 1}$$

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1) \cdot (x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2$$

ÖRNEK – 6

f: R⁺ ∪ {0} → R

$$f'(x) = x^3 + \sqrt{x} + x - 1$$

olduğuna göre

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{f(u + 1) - f(1)}{u}$$

limitinin değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

Türevin tanımından

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{f(u + 1) - f(1)}{u} = f'(1) \text{ dir.}$$

$$f'(1) = 1 + \sqrt{1} + 1 - 1$$

$$f'(1) = 2$$

ÖRNEK – 7

f: R⁺ → R

$$f(x) = \sqrt{x}$$

fonksiyonunun herhangi bir x değeri için türevini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + h} - \sqrt{x}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x + h} - \sqrt{x}) \cdot (\sqrt{x + h} + \sqrt{x})}{h \cdot (\sqrt{x + h} + \sqrt{x})}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x + h - x}{h \cdot (\sqrt{x + h} + \sqrt{x})}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h \cdot (\sqrt{x + h} + \sqrt{x})}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x + h} + \sqrt{x}}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x}}$$



1. $f(x) = \begin{cases} x^2, & x > 3 \\ x^3, & x \leq 3 \end{cases}$
olduğuna göre $f'(4)$ kaçtır?
A) 16 B) 8 C) 64
C) 48 E) 12

2. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & x \geq 2 \\ 3x + 2, & x < 2 \end{cases}$
olduğuna göre $f'(0) + f'(3)$ kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 6 D) 10 E) 11

3. $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + k, & x > 1 \\ 4x + 3, & x \leq 1 \end{cases}$
 $f(x)$ fonksiyonu $x = 1$ noktasında türevli olduğuna göre k kaçtır?
A) 1 B) 4 C) 5 D) 6 E) 10

4. $f(x) = \frac{1}{x-3} + \sqrt{x-4}$
fonksiyonu veriliyor.
Buna göre $f(x)$ fonksiyonunun türevsiz olduğu doğal sayı değerleri toplamı kaçtır?
A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 10

5. $f(x) = \begin{cases} x^3 + x + 1, & x < 2 \\ \frac{x+1}{2}, & x \geq 2 \end{cases}$
olduğuna göre
 $f'(3) + f'(2^+) - f'(2^-) + f'(0)$
işleminin sonucu kaçtır?
A) -11 B) -6 C) 3
D) 6 E) 10

6. $f(x) = \begin{cases} ax + 3, & x \geq 1 \\ bx^3 - 2, & x < 1 \end{cases}$
fonksiyonu $x = 1$ noktasında türevli olduğuna göre $a + b$ toplamı kaçtır?
A) -17 B) -13 C) -10
D) 6 E) 21

7. $f(x) = \begin{cases} a, & x < 2 \\ a + cx, & x = 2 \\ bx^2 - 2x, & x > 2 \end{cases}$
fonksiyonu $x = 2$ noktasında türevli olduğuna göre $a + b + c$ toplamı kaçtır?
A) 21 B) 14 C) 0
D) $-\frac{3}{2}$ E) -3

8. $g(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x, & x \leq 1 \\ 3x - 2, & 1 < x \leq 2 \\ \frac{x+3}{2}, & x > 2 \end{cases}$
fonksiyonunun kaç farklı değeri için türevi yoktur?
A) 3 B) 1 C) 5 D) 4 E) 2

9. $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 9}$
fonksiyonunun türevli olduğu en geniş tanım aralığı nedir?
A) $(-3, 3)$ B) $[-3, 3]$
C) $\mathbb{R} - \{-3, 3\}$ D) \mathbb{R}
E) $\{-3, 3\}$

10.
Grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunun türevsiz olduğu noktaların apsislere toplamı kaçtır?
A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 6

11. $f(x) = \frac{3}{x^3 - 4x^2 - 5x}$
fonksiyonunun türevsiz olduğu noktalar kaç tanedir?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

12.
Grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonunun $(-3, 6)$ aralığında türevli olduğu kaç farklı tam sayı değeri vardır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

YÜKSEK MERTEBEDEN TÜREV

- f(x) fonksiyonunun tanımlı olduğu aralıkta türevleri de tanımlı olmak üzere

- $f'(x) = \frac{dy}{dx}$ (1. türev)
- $f''(x) = \frac{d^2y}{dx^2}$ (2. türev)
- $f'''(x) = \frac{d^3y}{dx^3}$ (3. türev)
- ⋮
- ⋮
- ⋮
- $f^{(n)}(x) = \frac{d^ny}{dx^n}$ (n. türev)

ÖRNEK – 1

$$f(x) = e^{2x}$$

olduğuna göre $f^{(20)}(x)$ değeri nedir?

ÇÖZÜM

$$f(x) = e^{2x}$$

$$f'(x) = 2e^{2x}$$

$$f''(x) = 2^2 e^{2x}$$

$$f'''(x) = 2^3 e^{2x}$$

$$O \text{ hâlde } f^{(20)}(x) = 2^{20} \cdot e^{2x}$$

ÖRNEK – 2

$$f(x) = \ln x$$

olduğuna göre $f^{(40)}(-1)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$f(x) = \ln x$$

$$f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$f''(x) = -\frac{1}{x^2}$$

$$f'''(x) = \frac{2}{x^3} = \frac{2!}{x^3}$$

$$f^{(4)}(x) = \frac{-6}{x^4} = \frac{-3!}{x^4}$$

$$f^{(5)}(x) = \frac{24}{x^5} = \frac{4!}{x^5}$$

⋮

$$f^{(40)}(x) = \frac{-39!}{x^{40}}$$

$$f^{(40)}(-1) = -39!$$

ÖRNEK – 3

$$f(x) = x^{17}$$

olduğuna göre $f^{(15)}(1)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$f(x) = x^{17}$$

$$f'(x) = 17 \cdot x^{16}$$

$$f''(x) = 17 \cdot 16 \cdot x^{15}$$

$$f'''(x) = 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot x^{14}$$

$$f^{(15)}(x) = 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot \dots \cdot 3x^2$$

$$f^{(15)}(1) = 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 1 = \frac{17!}{2}$$

ÖRNEK – 4

$$f(x) = \sin 3x$$

olduğuna göre $f^{(26)}\left(\frac{\pi}{2}\right)$ değeri

kaçtır?

ÇÖZÜM

$$f(x) = \sin 3x$$

$$f'(x) = 3 \cdot \cos 3x$$

$$f''(x) = -3^2 \cdot \sin 3x$$

$$f'''(x) = -3^3 \cdot \cos 3x$$

$$f^{(4)}(x) = 3^4 \cdot \sin 3x$$

⋮

$$f^{(26)}(x) = -3^{26} \cdot \sin 3x$$

O hâlde

$$f^{(26)}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3^{26} \cdot \sin \frac{3\pi}{2} = 3^{26}$$

ÖRNEK – 5

$$f(x) = e^x \cdot \cos x$$

olduğuna göre $f^{(4)}(x)$ in $f(x)$ türünden eşiti nedir?

ÇÖZÜM

$$f(x) = e^x \cdot \cos x$$

$$f'(x) = e^x \cdot \cos x - e^x \cdot \sin x$$

$$f''(x) = -2e^x \cdot \sin x$$

$$f'''(x) = -2e^x \cdot (\sin x + \cos x)$$

$$f^{(4)}(x) = -4e^x \cdot \cos x$$

O hâlde $f^{(4)}(x) = -4f(x)$

ÖRNEK – 6

$$y = x^6 - 2x^4 + 5x + 1$$

olduğuna göre $y^{(4)}(0)$ değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$y'(x) = 6x^5 - 8x^3 + 5$$

$$y''(x) = 30x^4 - 24x^2$$

$$y'''(x) = 120x^3 - 48x$$

$$y^{(4)}(x) = 360x^2 - 48$$

$$y^{(4)}(0) = -48$$

ÖRNEK – 7

$$f(t) = \cos^2 4t$$

olduğuna göre $\frac{d^2f(t)}{dt^2}$ nedir?

ÇÖZÜM

$$f(t) = \cos^2 4t$$

$$\frac{df(t)}{dt} = -2 \cos 4t \cdot 4 \cdot \sin 4t$$

$$\frac{df(t)}{dt} = -4 \cdot \sin 8t$$

$$\frac{d^2f(t)}{dt^2} = -32 \cdot \cos 8t$$

ÖRNEK – 8

$$f(x) = ax^6 - 3x^4 + bx^2 + 2x + 1$$

$$f'(1) = -12$$

$$f''(-1) = -62$$

olduğuna göre a + b toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

$$f'(x) = 6ax^5 - 12x^3 + 2bx + 2$$

$$f''(x) = 30ax^4 - 36x^2 + 2b$$

$$f'(1) = 6a - 12 + 2b + 2 = -12$$

$$f''(-1) = 30a - 36 + 2b = -62$$

$$6a + 2b = -2$$

$$30a + 2b = -26$$

(Denklemlerin çözümünden)

$$a = -1 \text{ ve } b = 2 \text{ bulunur.}$$

$$a + b = 1$$



1. $y = \sin 2x$
olduğuna göre $\frac{d^{10}y}{dx^{10}}$ ifadesinin $x = \frac{\pi}{4}$ için değeri kaçtır?
A) 2^3 B) -2^{10} C) -2^8
D) 4 E) 0

2. $f(x) = x^{100}$
olduğuna göre $f^{(100)}(x)$ ifadesinin eşiti nedir?
A) 1000 B) 1 C) 0
D) 100 E) 100!

3. $y = e^{-3x}$
olduğuna göre $y^{(4)}(0)$ değeri kaçtır?
A) 81 B) 27 C) 3^5 D) 3^7 E) 1

4. $f(x) = (x - 1)^2$
fonksiyonu veriliyor.
 $\frac{d^2f}{dx^2} + \left(\frac{df}{dx}\right)^2 = 6$
olduğuna göre x değeri kaç olabilir?
A) 4 B) 1 C) 2 D) -1 E) -4

5. $f(x) = \ln x$
olduğuna göre $f^{(24)}(1)$ değeri kaçtır?
A) $-22!$ B) 24 C) $24!$
D) 23 E) $-23!$

6. $\frac{d^5(x^5 - x^4)}{dx^5}$
ifadesinin eşiti nedir?
A) 5! B) 4! C) 5 D) 4 E) 0

7. $f(x) = x \cdot \ln x - x^3$
olduğuna göre $f''(x) + x \cdot f'''(x)$ ifadesinin eşiti nedir?
A) $-\frac{2}{x}$ B) $-12x$ C) 0
D) $\frac{6}{x}$ E) 12

8. $f(x) = 5^x$
olduğuna göre $f^{(50)}(0)$ ifadesinin eşiti nedir?
A) 1 B) 0 C) $\ln 5$
D) 50 E) $(\ln 5)^{50}$

9. $f(x) = x^4 - mx^3 + nx^2 - px + 1$
fonksiyonunun $x = 1$ de üç katlı bir kökü olduğuna göre $m + n + p$ toplamı kaçtır?
A) 4 B) 6 C) 14 D) 22 E) 36

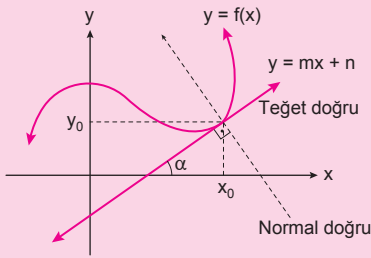
10. $P(x) = x^3 + (a + 1)x^2 + (b - 1)x - 2$
polinomu $(x + 1)^2$ ile tam bölünebil-
diğine göre a kaçtır?
A) -1 B) 1 C) 0 D) -2 E) 2

11. $P(x)$ polinom fonksiyondur.
 $P''(x) + P'''(x) = 12x + 4$
 $P(0) = 3$, $P(-1) = -3$
olduğuna göre $P(x)$ polinomunun katsayılar toplamı kaçtır?
A) 0 B) 1 C) 6 D) 7 E) 10

12. $x = \sin 2t$
 $y = \cos 2t$
parametrik fonksiyonları veriliyor.
Buna göre $\frac{d^2y}{dx^2}$ nin eşiti aşağıdaki-
lerden hangisidir?
A) $1 + \tan^2 t$ B) $\tan^2 t$
C) $\cos^2 t$ D) $\operatorname{cosec}^3 2t$
E) $-\sec^3 2t$

TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU

- $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = x_0$ noktasındaki türevi; aynı fonksiyona $(x_0, f(x_0))$ noktasından çizilen teğetin eğimidir.
- Bir fonksiyonun herhangi bir noktasında fonksiyona sadece bir tane teğet çizilebiliyorsa fonksiyonun o noktada türevi vardır.
- Teğet çizilemiyorsa ya da birden fazla teğet çizilebiliyorsa fonksiyonun o noktada türevi yoktur.



$$\text{Eğim} = m = \tan \alpha = f'(x_0)$$

Teğet doğru denklemi

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

Normalin doğru denklemi

$$y - y_0 = -\frac{1}{m}(x - x_0)$$

ÖRNEK – 1

$$f(x) = x^3 - 6x + 12$$

eğrisinin $x = 2$ noktasındaki teğetin eğimi kaçtır?

ÇÖZÜM

$$m = f'(2)$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6$$

$$f'(2) = 6$$

O hâlde eğim $m = 6$ dir.

ÖRNEK – 2

$$f(x) = x^4 - 3x^2 + kx + 7$$

eğrisine $x = 1$ noktasından çizilen teğetin eğimi -4 olduğuna göre k kaçtır?

ÇÖZÜM

$$m = f'(1) = -4$$

$$f'(x) = 4x^3 - 6x + k$$

$$f'(1) = -2 + k$$

$$-2 + k = -4$$

$$k = -2$$

ÖRNEK – 3

$$f(x) = -x^2 + mx + 1$$

parabolüne $A(3, y_0)$ noktasından çizilen teğeti x eksenine ile pozitif yönde 45° açı yaptığına göre m değeri kaçtır?

ÇÖZÜM

$$\text{Eğim} = f'(3) = \tan 45^\circ$$

$$f'(x) = -2x + m$$

$$f'(3) = -2 \cdot 3 + m, \quad \tan 45^\circ = 1$$

$$-6 + m = 1$$

$$m = 7$$

ÖRNEK – 4

$$f(x) = \sin 8x - \cos 4x$$

eğrisinin $x = \frac{\pi}{4}$ noktasındaki teğet doğru denklemi nedir?

ÇÖZÜM

Teğet doğru denklemi

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$x_0 = \frac{\pi}{4}, \quad y_0 = f(x_0), \quad m = f'(x_0)$$

$$y_0 = f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(8 \cdot \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(4 \cdot \frac{\pi}{4}\right)$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin 2\pi - \cos \pi = 1$$

$$f'(x_0) = 8 \cos 8x + 4 \cdot \sin 4x$$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 8 \cdot \cos\left(8 \cdot \frac{\pi}{4}\right) + 4 \cdot \sin\left(4 \cdot \frac{\pi}{4}\right)$$

$$m = f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 8$$

$$y - 1 = 8\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$y = 8x - 2\pi + 1$$

ÖRNEK – 5

$$xy^3 - 2x^2y + 3xy^2 + 2y + 2 = 0$$

eğrisine $x = 0$ noktasından çizilen normalin denklemi nedir?

ÇÖZÜM

$$m_T = F'(x, y) = -\frac{F'(x)}{F'(y)}$$

$$m_T = -\frac{y^3 - 4xy + 3y^2}{3xy^2 - 2x^2 + 6xy + 2}$$

Verilen denklemde x yerine 0 yazdığımızda y değerini buluruz.

$$2y + 2 = 0$$

$$y = -1$$

$$m_T = F'(0, -1) = -\frac{-1 - 0 + 3}{0 - 0 + 0 + 2} = -1$$

Normalin Denklemi

$$y - y_0 = -\frac{1}{m_T}(x - x_0)$$

$$y - (-1) = -\frac{1}{-1}(x - 0)$$

$$y = x - 1$$

ÖRNEK – 6

$$f(x) = \ln(\cos x)$$

eğrisine $x_0 = 0$ noktasından çizilen teğetin denklemi nedir?

ÇÖZÜM

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$x_0 = 0, \quad y_0 = f(0), \quad m = f'(0)$$

$$y_0 = \ln(\cos 0) \quad f'(x) = \frac{-\sin x}{\cos x}$$

$$m = f'(0) = 0$$

$$y_0 = \ln 1$$

$$y_0 = 0$$

$$y - 0 = 0(x - 0)$$

$$y = 0$$



AÇIK UÇLU SORULAR



1. $f(x) = x^2 - 5x + 2$

parabolüne $x = 1$ noktasından çizilen teğetin denklemi nedir?

$$(y = -3x + 1)$$

2. $y = e^{\sin 3x}$

fonksiyonunun $x = \pi$ noktasındaki normalinin eğimi kaçtır?

$$\left(\frac{1}{3}\right)$$

3. $y = x^2 - mx + 20$

eğrisine x eksenini kestiği noktalardan çizilen teğetlerin birbirine dik olması için m 'nin pozitif değeri kaçtır?

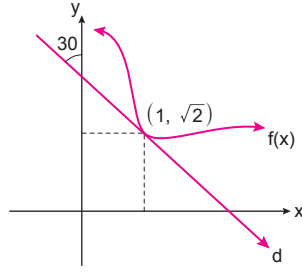
$$(9)$$

4. $y = x^2 - mx + n$

parabolünün $x = -1$ noktasındaki teğetin denklemi $y = 2x - 1$ olduğuna göre n kaçtır?

$$(0)$$

5.



Yukarıda verilen d doğrusu $f(x)$ fonksiyonuna $x = 1$ noktasında teğettir.

$$g(x) = f^3(4x)$$

olduğuna göre $g(x)$ in $x = \frac{1}{4}$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

$$(-24\sqrt{3})$$

6.

$$x = t \cos t$$

$$y = t \sin t$$

parametrik denklem ile verilen $y = f(x)$ eğrisine $t = \frac{\pi}{2}$ noktasından çizilen teğetin denklemi nedir?

$$\left(y = -\frac{2x}{\pi} + \frac{\pi}{2}\right)$$

BİDERS YAYINCILIK

BİDERS YAYINCILIK

7.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$$

eğrisine $x = 2$ noktasından çizilen teğet denklemi x eksenini hangi noktada keser?

$$(4)$$

8.

$$y = x^2 - 3x + 1$$

eğrisinin $y = -x + 1$ doğrusuna en yakın noktası nedir?

$$(1, -1)$$

9.

$$f(x) = x^3 - 11x + 1$$

fonksiyonunun hangi noktalarındaki teğetleri $y + x + 1 = 0$ doğrusuna diktir?

$$(2, -13) \text{ ve } (-2, 15)$$

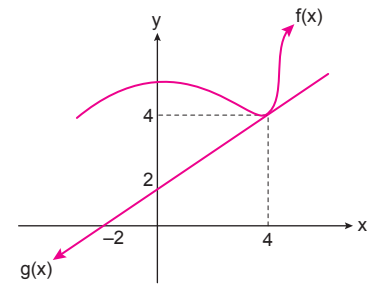
10.

$$f(x) = x^3 - x^2 + 2x + 5m - k + 1$$

eğrisinin x eksenine paralel olan teğetlerin değme noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

$$\left(\frac{2}{3}\right)$$

11.



$g(x)$ doğrusu $f(x)$ fonksiyonuna $x = 4$ noktasında teğettir.

Buna göre $(g \circ f)(x)$ fonksiyonunun $x = 4$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

$$\left(\frac{4}{9}\right)$$

12.

$$f(2x + 4) = (x^2 - 2)g(x + 2) + x^2$$

fonksiyonu veriliyor.

$g'(2) = 4$ olduğuna göre $f(x)$ fonksiyonunun $x = 4$ apsisi noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

$$(-4)$$

ÖRNEK – 3

$$f(x) = \frac{2x+7}{2x^2+mx+8}$$

eğrisinin düşey asimptotunun olmaması için m nin alacağı tamsayı değerleri ne olmalıdır?

ÇÖZÜM

$$2x^2 + mx + 8 = 0$$

denkleminin reel kökü olmamalıdır. Yani $\Delta < 0$ dir.

$$m^2 - 4 \cdot 2 \cdot 8 < 0$$

$$m^2 < 64$$

$$-8 < m < 8 \quad \text{olmalıdır.}$$

O halde m nin alacağı tamsayı değerleri;

$$(-7, -6, \dots, 5, 6, 7)$$

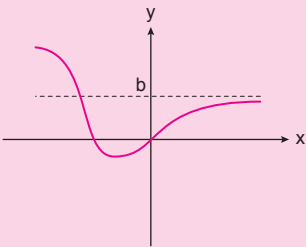
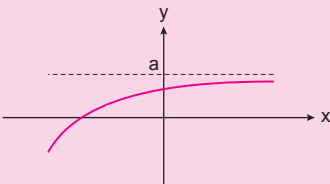
YATAY ASİMPTOT

$$y = f(x) = \frac{Q(x)}{P(x)}$$

şeklindeki fonksiyonlarda

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$ ve $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$
- a ve b reel sayı oluyorsa $y = a$ ve $y = b$ doğrularına **yatay asimptot** denir.

BİDERS YAYINCILIK



Şekilden görüleceği gibi yatay asimptot eğriyi kesebilir.

ÖRNEK – 4

$$f(x) = \frac{2x^2 - 5x - 7}{-x^2 + 4x + 1}$$

eğrisinin yatay asimptotunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 5x - 7}{-x^2 + 4x + 1} = -2$$

olduğundan $y = -2$ yatay asimptottur.

ÖRNEK – 5

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 - 4x - 5}{x^2 + 1}$$

eğrisinin yatay asimptotunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 - 4x - 5}{x^2 + 1} = \infty$$

olduğundan eğrinin yatay asimptotu yoktur.

ÖRNEK – 6

$$f(x) = 3^{x+1}$$

eğrisinin yatay asimptotunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 3^{x+1} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 3^{x+1} = 3^{-\infty} = \frac{1}{3^\infty} = 0$$

O hâlde $y = 0$ doğrusu (x - eksen) yatay asimptottur.

ÖRNEK – 7

$$f(x) = (a-b)x + 2b + \frac{4x}{x-1}$$

eğrisinin yatay asimptotu -4 olduğuna göre $a + b$ toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM

(Payda eşitlersek)

$$f(x) = \frac{(a-b)x^2 + (-a+3b+4)x - 2b}{x-1}$$

elde edilir.

Yatay asimptotun olabilmesi için

$$a - b = 0 \quad \text{ve} \quad \frac{3b+4-a}{1} = -4$$

olması gerekir.

Denklem çözümlerse

$$a = -4 \quad \text{ve} \quad b = -4 \quad \text{bulunur.}$$

O hâlde $a + b = -8$ dir.

UYARI

- Bir fonksiyonun simetri merkezi asimptotların kesim noktasıdır.

ÖRNEK – 8

$$y = \frac{10x+8}{x-4}$$

fonksiyonunun simetri merkezi nedir?

ÇÖZÜM

- Düşey asimptot

$$x - 4 = 0$$

$$x = 4$$

- Yatay asimptot

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{10x+8}{x-4} \right) = 10$$

O halde simetri merkezi (4, 10)

ÖRNEK – 9

$$y = \frac{x+1}{x-1}$$

eğrisinin simetri merkezi $y = 3x + k$ doğrusu üzerinde olduğuna göre k kaçtır?

ÇÖZÜM

- Düşey asimptot

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

- Yatay asimptot

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{x-1}$$

$$y = 1$$

O halde simetri merkezi (1, 1) noktası $y = 3x + k$ doğrusu üzerinde olduğuna göre

$$1 = 3 \cdot 1 + k$$

$$k = -2$$



1. $y = \frac{mx-3}{nx+k}$ eğrisinin düşey ve yatay asimptotları $(4, -6)$ olduğuna göre $\frac{k}{m}$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) $-\frac{3}{2}$
D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{2}$

2. Asimptotları $x = 2, y = -3$ doğruları olan ve y eksenini $y = 1$ noktasında kesen $f(x)$ fonksiyonunu aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $y = \frac{x+3}{x-2}$ B) $y = \frac{3-x}{2-x}$
C) $y = \frac{-3x-2}{x-2}$ D) $y = \frac{3x}{2-x}$
E) $y = \frac{-3x}{x-2}$

3. $f(x) = \frac{16+k}{8-x}$ eğrisinin simetri merkezi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(8, 0)$ B) $(8, 2)$
C) $(-1, 0)$ D) $(-1, 2)$
E) $(2, -1)$

4. $y = \frac{2x^2-1}{3x-1}$ eğrisi ile $y = mx + 2$ doğrusu $H\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ noktasına göre simetrik iki noktada kesişiyor.

Buna göre m kaçtır?

- A) 4 B) -1 C) 9 D) -3 E) -2

5. a ve b sıfırdan farklı reel sayılardır.

$f(x) = \frac{x+2}{1+a} \tan\left(\frac{b-3}{x-1}\right)$ fonksiyonunun yatay asimptotu $y = -3$ doğrusudur.

Buna göre b nin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) a B) $\frac{a}{3}$ C) $a+3$
D) $-3a$ E) $-3+a$

BİDERS YAYINCILIK

BİDERS YAYINCILIK

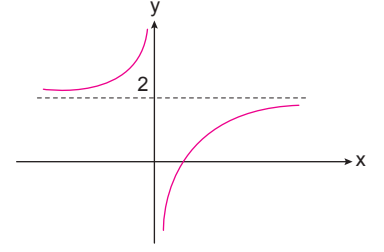
6. $y = \left| \frac{4x-8}{2x+6} \right|$

fonksiyonu ile bu fonksiyonun yatay asimptotu aynı noktada kesişiyor.

Buna göre kesiştikleri noktanın koordinatları toplamı kaçtır?

- A) 2 B) $\frac{3}{2}$ C) 4
D) $-\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{2}$

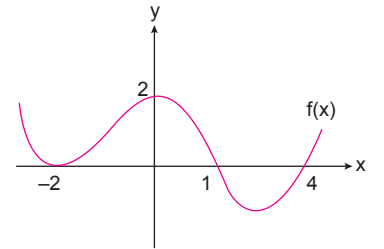
7.



Yukarıdaki grafik aşağıdaki fonksiyonların hangisiyle çizilebilir?

- A) $y = \frac{x+2}{x}$ B) $y = \frac{x}{x-2}$
C) $y = \frac{2x-2}{x}$ D) $y = \frac{x+2}{x-2}$
E) $y = \frac{x-2}{x+2}$

8.



Yukarıdaki grafik

$f(x) = \frac{(x+2)^2 \cdot (x+a)(2x-8)}{16}$ fonksiyonuna ait olduğuna göre a kaçtır?

Yukarıdaki grafik

- A) -2 B) $\frac{1}{4}$ C) 2
D) $\frac{1}{8}$ E) -1